



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir

فصل اول

ترسیم‌های هندسی و استدلال

هندسه و به‌ویژه ترسیم‌های هندسی از دیرباز مورد استفاده بشر بوده‌است.

تهیه‌کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان

ترسیم‌های هندسی

انسان از دوران باستان تاکنون همواره از هندسه و به‌ویژه از ترسیم‌های هندسی برای حل مسائل مختلف یاری گرفته است.
از تقسیم‌بندی زمین‌های کشاورزی تا طراحی انواع ابزارهای کاربردی پیشرفته کنونی، همگی نیازمند ترسیم‌های هندسی است.

فعالیت

(برای مراحل زیر از خط‌کش و پرگار استفاده کنید.)

۱- نقطه‌ای مانند O را در صفحه در نظر بگیرید و برای رسم کردن از خط‌کش و پرگار استفاده کنید.

نقاطی را مشخص کنید که فاصله یکسانی از نقطه O دارند. (مثلاً همه نقاطی که فاصله‌شان از نقطه O برابر ۲ سانتی‌متر است.)

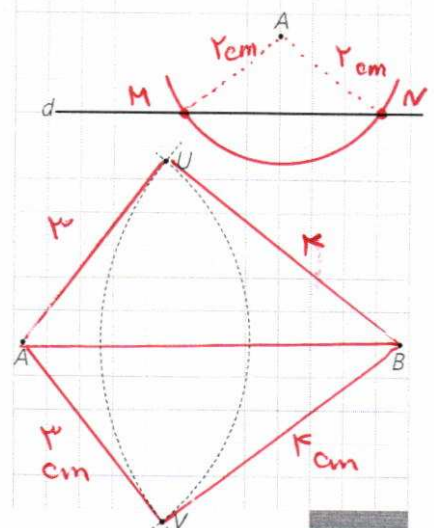
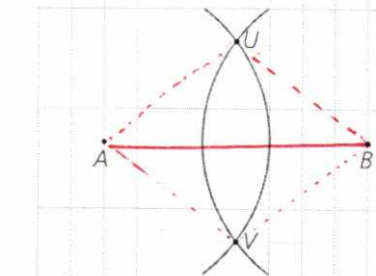
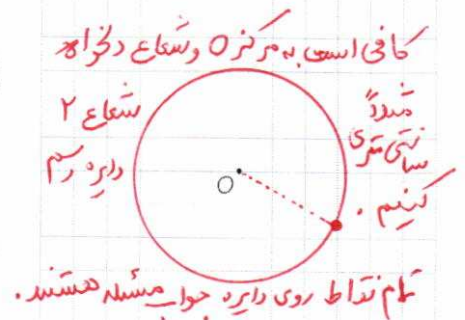
۲- نقاط A و B را در نظر بگیرید. دهانه پرگار را بیش از نصف طول پاره خط AB باز کنید و یک بار به مرکز A و بار دیگر به مرکز B و با همان شعاع قبلی کمان بزنید تا یکدیگر را در نقاط U و V قطع کنند. U و V چه ویژگی مشترکی دارند؟

از دوسر پاره خط AB به یک فاصله هستند.

۳- نقطه A، مانند شکل مقابل به فاصله ۱ سانتی‌متر از خط d قرار دارد. نقاطی از خط d را بیابید که به فاصله ۲ سانتی‌متر از نقطه A باشند. کافی است به مرکز A و به شعاع ۲ سانتی‌متری رسم کنیم خط d را در نقاط M و N قطع کند.

۴- نقاط A و B را به فاصله ۵ سانتی‌متر از هم در نظر بگیرید. دهانه پرگار را به اندازه ۳ سانتی‌متر باز کنید و از نقطه A یک کمان بزنید. سپس دهانه پرگار را به اندازه ۴ سانتی‌متر باز کنید و از نقطه B یک کمان بزنید.

الف) نقاط روی کمان اول چه ویژگی مشترکی دارند؟
همگی تا نقطه A به فاصله ۳ سانتی‌متر قرار دارند.



ب) نقاط روی کمان دوم چه ویژگی مشترکی دارند؟ **همگی تا نقطه B به فاصله ۴ سانتی متری قرار دارند.**

پ) نقاط تقاطع دو کمان فاصله شان از نقاط A و B چگونه است؟ برای اینکه چنین نقاط تقاطعی وجود داشته باشند، اندازه شعاع آنها و فاصله نقاط A و B چه شرطی باید داشته باشند؟

$$AU = 3 \text{ cm} \quad BU = 4 \text{ cm}$$

$$AV = 3 \text{ cm} \quad BV = 3 \text{ cm}$$

$$AU + BU > AB$$

ت) طول اضلاع مثلث AUB چقدر است؟

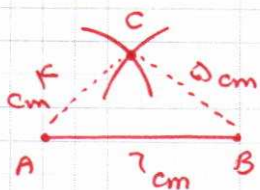
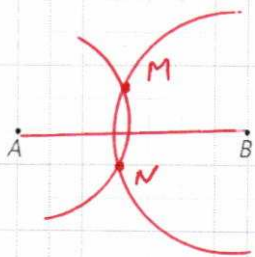
$$AU = 3$$

$$BU = 4$$

$$AB^2 = AU^2 + BU^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow AB = 5 \text{ cm}$$

کاردکلاس



الف) ۵ و ۶ و ۴

ب) ۶ و ۳ و ۳

پ) ۵ و ۱ و ۲

- ۱- دو نقطه مانند A و B را به فاصله ۳ سانتی متر از هم در نظر بگیرید. نقاطی را بیابید که فاصله شان از A، ۲ و از B، ۲/۵ سانتی متر باشد. **کافی است به مرکز A شعاع ۲ و از نقطه B شعاع ۲/۵ بکشیم. نقاط تقاطع دو کمان جواب مسئله هستند.**
- ۲- توضیح دهید که چگونه می توان مثلثی به طول اضلاع ۴ و ۵ و ۶ واحد رسم کرد. **ابتدا با خط کش یک پایه خط به اندازه ۶ سانتی متر رسم می کنیم. سپس از دو سر این پایه خط یک کمان به شعاع ۴ و از یک کمان به شعاع ۵ رسم می کنیم. مثلث ABC جاهای خالی را به گونه ای کامل کنید که مسئله زیر: جواب مسئله است.**
- ۳- جاهای خالی را به گونه ای کامل کنید که مسئله زیر: **الف) دو جواب داشته باشد. ب) یک جواب داشته باشد. پ) جواب نداشته باشد.**

نقاط A و B به فاصله از هم قرار دارند. نقطه ای پیدا کنید که فاصله اش از نقطه A برابر و از نقطه B برابر باشد.

برخی خواص نیمساز و ترسیم آن

فعالیت

- ۱- زاویه xOy و نیم خط Oz را نیمساز آن در نظر بگیرید. فرض کنید نقطه A نقطه ای دلخواه روی Oz باشد. ثابت کنید که فاصله نقطه A از دو ضلع زاویه xOy یکسان است. (یعنی اگر از نقطه A عمودهایی بر نیم خط های Ox، Oy رسم کنیم طول آنها باهم برابر است.)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OA = OA \text{ مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAH \cong \triangle OAK \Rightarrow AH = AK$$

(دو کمان زاویه حاده)

نتیجه ۱

اگر نقطه ای روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، آن نقطه از دو ضلع

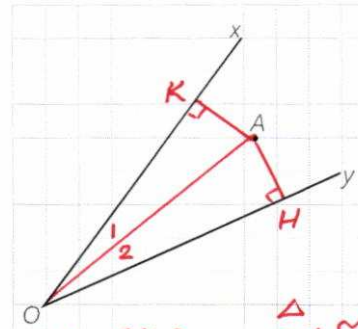
آن زاویه به یک فاصله هستند.

توجه: حالت همنهشتی (زنی ز) این قضیه را بکاربرد

۲- زاویه xOy و نقطه A را چنان در نظر می‌گیریم که فاصله نقطه A از نیم خط‌های Ox و Oy با هم برابر باشد.

نشان دهید که نقطه A روی نیمساز زاویه xOy قرار دارد.

(راهنمایی: پاره خط OA ، و دو عمود از نقطه A بر خطوط Ox و Oy رسم کنید و نشان دهید پاره خط OA همان نیمساز xOy است.)



$AH = AK$ } $\Rightarrow \triangle OAH \cong \triangle OKA$
 (دو ضلع) $OA = OA$ و $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 یعنی OA نیمساز زاویه xOy است.
 توجه: حالت (ض ز ض) را نیز می‌توان بکار برد.

نتیجه

اگر نقطه‌ای به فاصله یکسان از دو ضلع یک زاویه باشد، آن نقطه روی نیمساز زاویه قرار دارد.

نتیجه

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم: هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.

فعالیت

۱- زاویه xOy را در نظر بگیرید. دهانه پراگار را کمی باز کنید و به مرکز O کمائی بزنید تا نیم خط‌های Ox و Oy را به ترتیب در نقاط A و B قطع کند.

۲- طول پاره خط‌های OA و OB نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟
 $OA = OB$ چون توسط پراگار به مرکز O و شعاع یکسان رسم شده‌اند.

۳- دهانه پراگار را کمی باز کنید (بیش از نصف طول AB) و یک بار به مرکز A و بار دیگر با همان اندازه و به مرکز B یک کمان بزنید تا دو کمان مانند شکل در نقطه‌ای مانند W همدیگر را قطع کنند.

۴- طول پاره خط‌های AW و BW نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟

$AW = BW$ چون شعاع پراگار ثابت مانده است.

۵- پاره خط‌های WA و WB و WO را رسم کنید. دو مثلث OAW و OBW

نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟ همنهشت به حالت تساوی سه ضلع

۶- اندازه زوایه‌های AOW و BOW نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟ مساوی

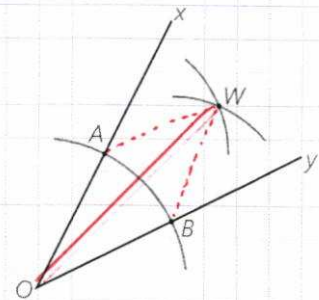
چون دو مثلث مناسط همنهشت هستند.

۷- پاره خط OW برای زاویه xOy چه نوع پاره خطی است؟ نیمساز زاویه

$\hat{xOy}$ است.

کاردرکلاس

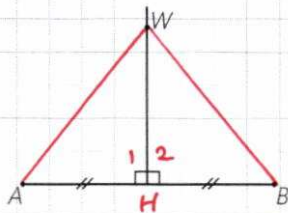
روش رسم نیمساز یک زاویه را توضیح دهید. ابتدا این زاویه را بخواه رسم کنیم. از رأس زاویه یک کمان پس از نقاط به سمت آمده دو کمان با شعاع مساوی رسم می‌کنیم طوری که این دو کمان متقاطع باشند. اگر نقطه‌ای متقاطع این دو کمان را به رأس زاویه وصل کنیم، نصف زاویه به دست می‌آید.



$OA = OB$
 $AW = BW$
 $OW = OW$ مشترک } $\Rightarrow \triangle OAW \cong \triangle OBW$
 (ض ض ض)
 $\Rightarrow \hat{AOW} = \hat{BOW}$

برخی خواص عمودمنصف و ترسیم آن

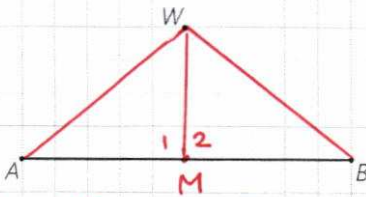
فعالیت



۱- پاره خط AB و عمودمنصف آن را مانند شکل مقابل در نظر بگیرید و فرض کنید W نقطه‌ای روی عمودمنصف AB باشد. نشان دهید نقطه W از دوسر پاره خط AB به یک فاصله است. $AH = BH$, $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$, $WH = WH$ (مشترک) $\Rightarrow \triangle AWH \cong \triangle BWH \Rightarrow AW = BW$ (منهض)

نتیجه ۱

اگر نقطه‌ای روی عمودمنصف یک پاره خط قرار داشته باشد، از دوسر آن پاره خط به یک فاصله است.



۲- پاره خط AB و نقطه W را به گونه‌ای در نظر بگیرید که نقطه W از A و B به یک فاصله باشد (یعنی $WA = WB$) نشان دهید W روی عمودمنصف AB قرار دارد.
(راهنمایی: از نقطه W به A و B به وسط پاره خط AB وصل کنید و نشان دهید مثلث‌های ایجاد شده باهم هم‌نهشت هستند و از این مطلب استفاده کنید و نشان دهید W روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد.)
 $WA = WB$, $MW = MW$, $AM = BM$ $\Rightarrow \triangle AMW \cong \triangle BMW$ $\Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{M}_2$ چون $\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ$ پس $MW \perp AB$ و چون نقطه M وسط پاره خط AB است پس MW عمودمنصف پاره خط AB است.

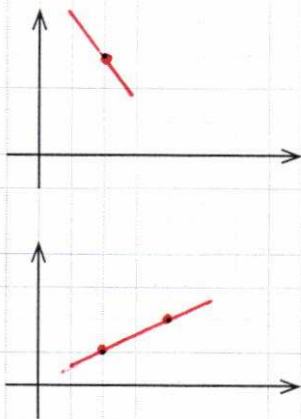
نتیجه ۲

اگر نقطه‌ای از دوسر یک پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف پاره خط قرار دارد.

نتیجه

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم: هر نقطه که روی عمودمنصف یک پاره خط باشد، از دوسر آن پاره خط به یک فاصله است و هر نقطه که از دوسر پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره خط قرار دارد.

فعالیت



۱- یک نقطه را در صفحه در نظر بگیرید و خطی بکشید که از آن نقطه عبور کند. چند خط متمایز می‌توانید رسم کنید که از نقطه مورد نظر بگذرد؟ بی شمار

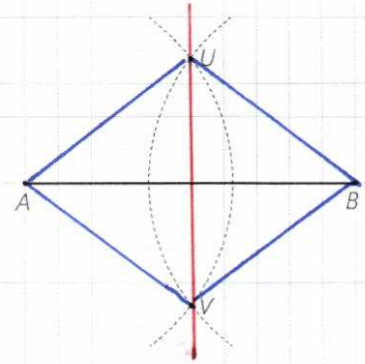
۲- دو نقطه را در یک صفحه در نظر بگیرید و خطی بکشید که از آن دو نقطه عبور کند. چند خط متمایز می‌توانید رسم کنید که از هر دو نقطه مورد نظر بگذرد؟ فقط یک خط

۳- به نظر شما برای اینکه یک خط به طور کامل مشخص باشد، حداقل چند نقطه از آن خط را باید داشته باشیم؟ دو نقطه

تهیه کننده:

فعالیت

پاره خط AB را مانند شکل مقابل در نظر بگیرید.
۱- دهانه پرگار را بیش از نصف طول AB باز کنید و یک بار از نقطه A و بار دیگر با همان اندازه از نقطه B کمان بزنید تا یکدیگر را در دو نقطه مانند U و V قطع کنند.



۲- طول پاره خط‌های AU و BU نسبت به هم چگونه اند؟ چرا؟ **مساویند، زیرا اندازه شعاع دایره ثابت است.**

۳- طول پاره خط‌های AV و BV نسبت به هم چگونه اند؟ چرا؟ **مساویند، زیرا اندازه شعاع دایره ثابت است.**

۴- آیا می‌توان گفت نقاط U و V روی عمود منصف پاره خط AB قرار دارند؟ چرا؟
بله، چون از دوسر پاره خط AB به یک فاصله هستند.

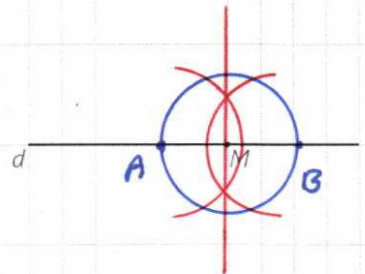
۵- عمود منصف پاره خط AB را رسم کنید.

کاردرکلاس

مراحل رسم عمود منصف یک پاره خط را توضیح دهید. **پرگار را به اندازه بیش از نصف پاره خط AB باز کرده از هر طرف یک کمان رسم می‌کنیم (از نقطه A و B) خط حاصل از اتصال نقاط تقاطع این دو کمان عمود منصف AB است.**
رسم خط عمود بر یک خط و رسم خط موازی با یک خط

فعالیت

رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای روی آن
خط d و نقطه M را روی آن، مانند شکل مقابل در نظر بگیرید. می‌خواهیم خطی بکشیم که از M بگذرد و بر d عمود باشد.

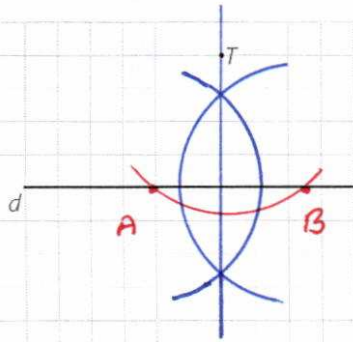


۱- به کمک پرگار چگونه می‌توانید نقاط A و B را روی خط d بیابید؛ به گونه‌ای که M وسط پاره خط AB باشد. **به شعاع دلخواه کهانی به مرکز M رسم می‌کنیم تا خط d را در دو نقطه A و B قطع کند.**
۲- عمود منصف پاره خط AB را رسم کنید.
۳- عمود منصف پاره خط AB خطی است که بر خط d عمود... و از نقطه M بگذرد.

کاردرکلاس

مراحل رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای روی آن را توضیح دهید. **ابتدا نقطه M دلخواه روی خط d در نظر می‌گیریم. به شعاع دلخواه کهانی دایره به مرکز M رسم می‌کنیم. حال عمود منصف پاره خط AB که از M می‌گذرد را رسم می‌کنیم.**

فعالیت

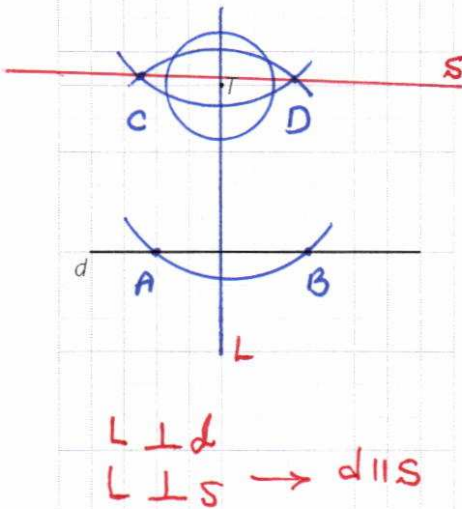


رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه‌ای غیر واقع بر آن
خط d و نقطه T را که غیر واقع بر آن است، مانند شکل مقابل در نظر بگیرید.
می‌خواهیم خطی بکشیم که از T بگذرد و بر خط d عمود باشد.

- ۱- به کمک پرگار چگونه می‌توانید نقاط A و B را روی خط d به گونه‌ای بیابید که از نقطه T به یک فاصله باشند. به مرکز T کمانی رسم می‌کنیم که خط d را در دو نقطه قطع کند.
- ۲- عمود منصف پاره خط AB را رسم کنید.
- ۳- آیا عمود منصف پاره خط AB از نقطه T می‌گذرد؟ چرا؟ بله، زیرا نقطه T از دو سر پاره خط AB به یک فاصله است. عمود منصف پاره خط AB خطی است که بر خط d عمود است و از نقطه T می‌گذرد.

کاردکلاس

روش رسم خط عمود بر یک خط از نقطه‌ای خارج آن را توضیح دهید. ابتدا از نقطه T کمانی رسم می‌کنیم که خط d را در دو نقطه A و B قطع کند. عمود منصف پاره خط AB خطی است که بر خط d عمود است.



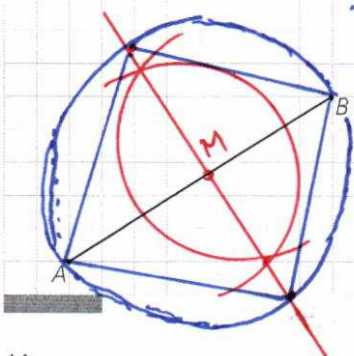
فعالیت

رسم خط موازی با خط داده شده از یک نقطه غیر واقع بر آن
خط d و نقطه T مانند شکل مقابل داده شده‌اند.
می‌خواهیم خطی رسم کنیم که از نقطه T بگذرد و با خط d موازی باشد.
۱- خط d_1 را به گونه‌ای رسم کنید که از نقطه T بگذرد و بر خط d عمود باشد.
۲- خط d_2 را به گونه‌ای رسم کنید که از نقطه T بگذرد و بر خط d_1 عمود باشد.
۳- خط d_2 نسبت به خط d چه وضعیتی دارد؟ چرا؟ (خط d_1 را مورب در نظر بگیرید.)

کاردکلاس

روش رسم خط موازی با یک خط از نقطه‌ای خارج آن را توضیح دهید. ابتدا از نقطه T خطی عمود بر خط d رسم می‌کنیم. خط دیگر عمود بر خط عمود بر d رسم می‌کنیم.

فعالیت



پاره خط داده شده AB در شکل مقابل را با اندازه ۴ واحد در نظر بگیرید.
الف) عمود منصف پاره خط AB را رسم کنید و فرض کنید نقطه برخورد این عمود منصف با پاره خط AB ، M باشد.

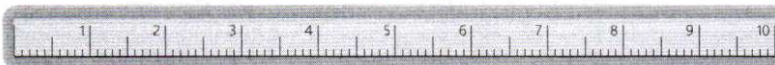
تهیه کننده:

ب) به مرکز M و به شعاع AM دایره ای رسم کنید تا عمود منصف AB را در نقاط C و D قطع کند.

ب) چهار ضلعی ACBD چگونه چهار ضلعی ای است؟ چرا؟ مربع است
 زیرا قطرهای مربع چهار ضلعی هم برهم می خوردند و هم همدیگر را نصف می کنند.

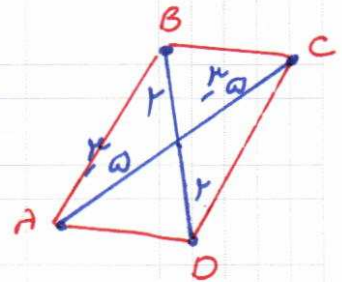
کار در کلاس

طریقه رسم مربعی را که طول قطر آن داده شده باشد، توضیح دهید. ابتدا عمود منصف قطر مربع را رسم می کنیم. از نقطه وسط قطر عمود منصف و قطر (قطعی که قطر را قطع می کند) به مرکز این نقطه و به شعاع نصف قطر رسم می کنیم. نقاط تقاطع دایره با عمود منصف را به نقاط وسط قطر وصل می کنیم و خطاره شده وصل می کنیم.

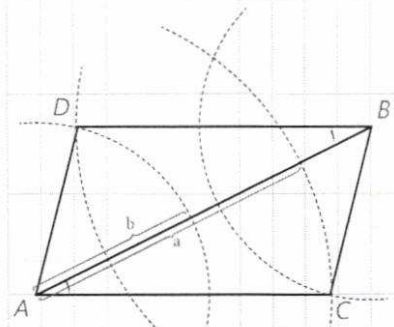


تمرین

- ۱- می دانیم چند ضلعی ای که قطرهایش منصف هم باشند، متوازی الاضلاع است. متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول قطرهای آن ۴ و ۷ باشد. چند متوازی الاضلاع به طول قطرهای ۴ و ۷ می توان رسم کرد؟ دو باره خط طوری رسم می کنیم که همدیگر را نصف کنند. با اتصال متوازی دوسر این باره خطها چهار ضلعی مورد نظر (متوازی الاضلاع) حاصل می شود. بایستمار
- ۲- می دانیم چند ضلعی ای که قطرهایش باهم برابر و منصف هم باشند، مستطیل است. مستطیلی رسم کنید که طول قطر آن ۶ سانتی متر باشد.



- ۳- پاره خط AB داده شده است. دهانه پرگار را یک بار به اندازه a و بار دیگر به اندازه b باز می کنیم و از نقطه A دو کمان می زنیم. (به طوری که مجموع a و b از اندازه AB بزرگ تر باشد) سپس کمان هایی با همان اندازه ها، این بار از نقطه B می زنیم و مانند شکل، دو نقطه از نقاط برخورد را C و D می نامیم. چهار ضلعی ACBD چه نوع چند ضلعی ای است؟ چرا؟ (راهنمایی: ابتدا بررسی کنید که مثلث های ABC و ABD و زوایای A و B نسبت به هم چگونه اند.)



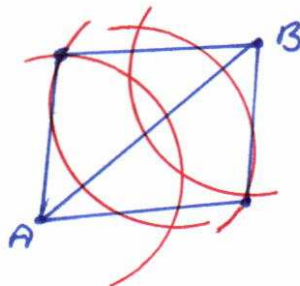
چهار ضلعی

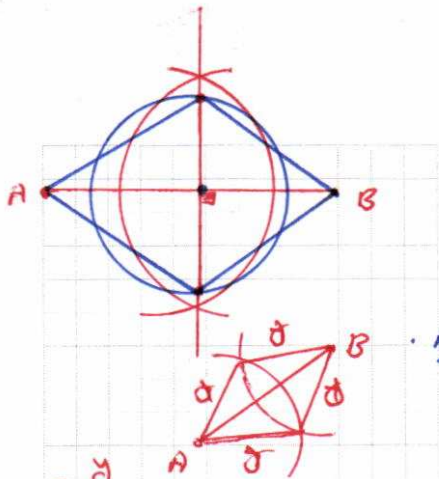
$$\left. \begin{array}{l} AC = BD \\ BC = AD \\ AB = AB \text{ مشترک} \end{array} \right\} \rightarrow \triangle ABC \cong \triangle ABD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow AC \parallel BD$$

(ضلعین)

AC = BD و چون } → متوازی ACBD الاضلاع است.

- ۴- متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول ضلع هایش ۳ و ۵ و طول یک قطر آن ۶ باشد. مشابه تمرین ۳ ابتدا قطر را رسم می کنیم.





۵- می دانیم که برای لوزی بودن یک چهارضلعی کافی است که قطرهای آن چهارضلعی عمود منصف یکدیگر باشند. ترسیم های زیر را انجام دهید.

الف) یک لوزی رسم کنید که طول قطرهای آن ۳ و ۵ باشد. دوباره خط عمود برهم کنید به طول ۳ و دیگری به طول ۵ رسم می کنیم. چه وضعیتی به دست می آید.

ب) یک لوزی به طول ضلع ۵ و طول قطر ۶ رسم کنید. مانند رسم متوازی الاضلاع ابتدا قطر را رسم می کنیم.

۶- دو ضلع یک زاویه را در نظر بگیرید.

الف) نقطه ای بیابید که فاصله آن از هر ضلع زاویه مورد نظر ۲ واحد باشد.

ب) نقطه ای بیابید که فاصله آن از هر ضلع زاویه مورد نظر ۴ واحد باشد.

پ) با استفاده از الف) و ب) نیمساز زاویه مورد نظر را رسم کنید.

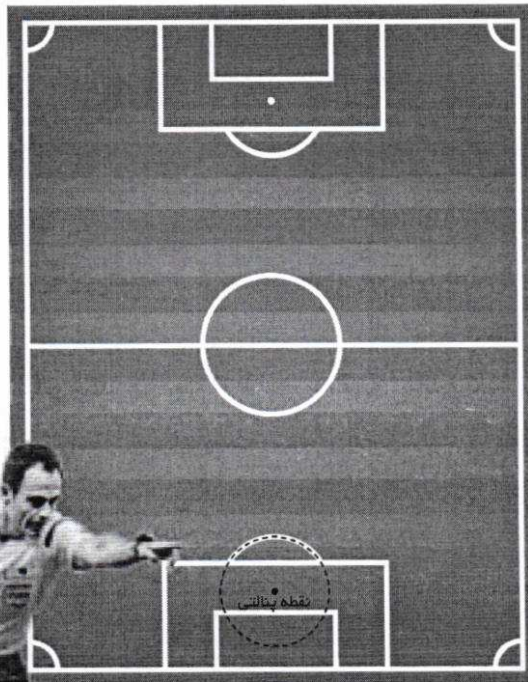
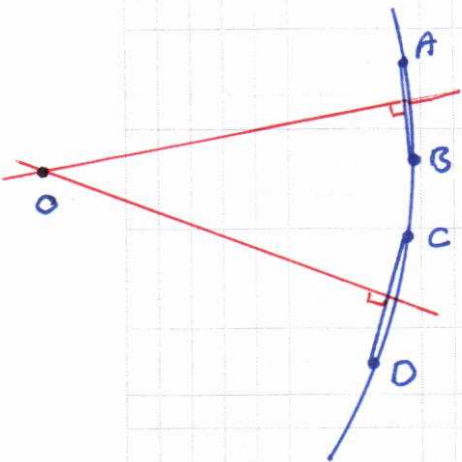
ابتدا از نقطه ی دلخواه روی ضلع OX خطی موازی AB و به فاصله ۲ سانتی متری رسم می کنیم. سپس از نقطه ی دلخواه دیگری روی ضلع OY خطی موازی AB و به فاصله ۲ سانتی متری رسم می کنیم. وتری مانند AB از یک دایره را در نظر بگیرید. وضعیت عمود منصف AB و مرکز دایره نسبت به هم چگونه اند؟ چرا؟

عمود منصف AB از نقطه O می گذرد. چون O از هر دو پاره خط AB می گذرد. مرکز دایره

نقطه ی پناهی محل تقاطع دو دایره
از قوس جلوی محوطه ی هجده قدم
راست.

آیا می دانستید که در زمین فوتبال نقطه پناهی مرکز دایره ای است که قسمتی از قوس آن در جلوی محوطه جریمه کشیده شده است؟

یک داور فوتبال لحظه ای که اعلام پناهی می کند، متوجه می شود که نقطه پناهی مشخص نیست. اگر او وسایل لازم برای کشیدن خط راست و کمان دایره را داشته باشد، چگونه می تواند با استفاده از قوس جلوی محوطه هجده قدم، نقطه پناهی را مشخص کند.



اگر به همینه ترتیب موارد قبل را بر خط OX انجام دهیم و محل تقاطع خطوط را A و B بنا کنیم. در این صورت نقطه O (به فاصله ۲ سانتی متری از هر ضلع زاویه) و نقطه O (به فاصله ۲ سانتی متری از هر ضلع زاویه) به دست می آید. طبق ویژگی نیمساز زاویه نقطه A و B از هر ضلع زاویه به یک فاصله اند. پس امتداد پاره خط AB عبور می کند از نقطه O می گذرد، نیمساز زاویه O می باشد.

استدلال



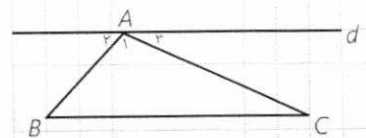
شیوه درست استدلال در زندگی هر فرد و نیز در جامعه انسانی اهمیت فراوانی دارد. استدلال نادرست در بسیاری مواقع، نتیجه گیری های غلط، تیره شدن روابط، ایجاد باورهای نادرست و پیامدهای خطرناک فردی و اجتماعی دیگری را در پی خواهد داشت و حتی ممکن است به ایجاد مشکلات شخصیتی در افراد بینجامد. ممکن است فردی با استدلال هایی این گونه، همواره راه موفقیت را بر خود بسته ببیند:

- من در اولین امتحانم موفق نشدم، پس در امتحان های بعدی نیز موفق نخواهم شد.
- تیم مورد علاقه من از ابتدای فصل در تمام بازی هایش شکست خورده است، پس در بازی آینده نیز شکست خواهد خورد.

استقرا و استنتاج

در سال های قبل تاحدی با استدلال و اثبات آشنا شدید. نوعی از استدلال، که با آن روبه رو شدید به این صورت بود که از مشاهدات و بررسی موضوعی در چند حالت، نتیجه ای کلی در آن موضوع گرفته می شود یا به اصطلاح «از جزء به کل می رسیم». البته با چنین استدلالی نمی توان همواره به درستی نتیجه گرفته شده مطمئن بود. به طور مثال اگر فردی با مشاهده اینکه سه نفر از افراد یک کلاس به رنگ سبز علاقه دارند، نتیجه گیری کند که همه افراد آن کلاس به رنگ سبز علاقه دارند، فرد مورد نظر از استدلال استقرایی استفاده کرده است.

نوع دیگری از استدلال که با آن آشنا شدید، براساس نتیجه گیری منطقی بر پایه واقعیت هایی است که درستی آنها را پذیرفته ایم و به آن استدلال استنتاجی گفته می شود. به طور مثال با دانستن رابطه بین خطوط موازی و مورب و زوایای بین آنها، اثبات اینکه مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است به طریق مقابل، یک استدلال استنتاجی است که با نمادهای ریاضی نوشته شده است. توجه کنید که استدلال استنتاجی را به صورت کلامی نیز می توان انجام داد.



$$d \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = \hat{A}_r \\ \hat{C} = \hat{A}_r \end{cases} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{A}_r + \hat{A}_r = 180^\circ$$

تهیه کننده:

به استدلال‌هایی که دو دانش‌آموز برای مسئله زیر ارائه داده‌اند، دقت کنید و در مورد میزان اعتبار هریک از آنها گفت‌وگو کنید.

مسئله: مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است.

پژمان: در تمام چهارضلعی‌های مربع، مستطیل، لوزی و متوازی‌الاضلاع با توجه به اینکه زاویه‌های مجاور مکمل یکدیگرند به سادگی ثابت می‌شود که مجموع زوایای داخلی آنها 360° است. بنابراین مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است.

پیمان: می‌دانیم مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است. یک چهارضلعی دلخواه مانند ABCD در شکل مقابل را در نظر می‌گیریم و دو رأس مقابل آن، مثلاً D و B را به هم وصل می‌کنیم.

مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی ABCD با مجموع زاویه‌های داخلی دو مثلث ABD و BCD برابر است؛ بنابراین مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی ABCD برابر است با 360° .

پیمان ادعا می‌کند که با این استدلال ثابت می‌شود که مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی برابر 360° است. آیا به نظر شما این ادعای او درست است؟

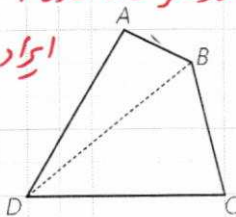
آیا همین استدلال را برای هر چهارضلعی دیگری که به شما بدهند، می‌توانید به کار ببرید؟ اگر جواب شما مثبت است، پس این ویژگی را که «مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی ABCD در مسئله قبل برابر 360° است»، به سایر چهارضلعی‌های محدب می‌توان تعمیم داد.

– نوع استدلال ارائه‌شده توسط هر کدام از دانش‌آموزان را بیان کنید.

مثال: می‌دانیم که هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است و هر نقطه که از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمود منصف آن پاره خط قرار دارد.

حال با کامل کردن استدلال استنتاجی بیان شده نتیجه بگیرید که سه عمود منصف اضلاع هر مثلث همرس‌اند (در یک نقطه به هم می‌رسند).

در استدلال پژمان فقط چهارضلعی‌ها خاص در نظر گرفته شده است. بنابراین ایراد دارد.



استدلال پیمان از یک به جزء است و کاملاً درست می‌باشد.

پژمان: استدلال استقرایی (از جزء به کل)
پیمان: استدلال استنتاجی (از کل به جزء)

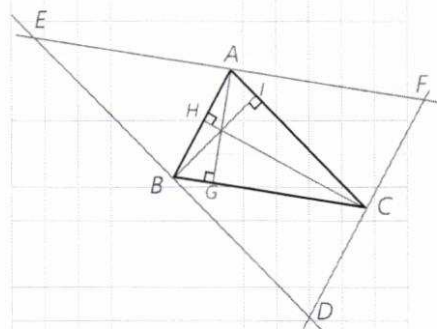
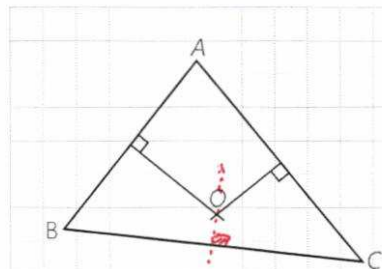
استدلال: مثلث دلخواه ABC در شکل مقابل را در نظر می گیریم. چون پاره خط های AB و AC متقاطع اند، عمود منصف های آنها نیز در نقطه ای مانند O متقاطع اند.

۱- نقطه O روی عمود منصف پاره خط AC است؛ بنابراین $OA = OC$

۲- نقطه O روی عمود منصف پاره خط AB است؛ بنابراین $OA = OB$

از (۱) و (۲) نتیجه می گیریم: $OB = OC$ ؛ بنابراین نقطه O روی عمود منصف پاره خط BC قرار دارد. در نتیجه نقطه O محل برخورد عمود منصف های اضلاع مثلث ABC است.

مثال: استدلال استنتاجی زیر را کامل کنید و نتیجه بگیرید که سه ارتفاع هر مثلث هم رس اند.



استدلال: مثلث دلخواه ABC را در نظر بگیرید و از هر رأس آن خطی به موازات ضلع مقابل به آن رأس رسم کنید تا مطابق شکل مقابل مثلثی مانند DEF به وجود آید.

چهار ضلعی ABCF چه نوع چهار ضلعی ای است؟ چرا؟ **موازی الاضلاع، اضلاع مقابل موازی**

بنابراین $BC = AF$

— چهار ضلعی ACBE چه نوع چهار ضلعی ای است؟ چرا؟ **موازی الاضلاع، اضلاع مقابل موازی**

بنابراین $BC = AE$

از (۱) و (۲) نتیجه می گیریم: $AF = AE$ ؛ بنابراین نقطه A وسط پاره خط EF است.

$$\left. \begin{array}{l} AG \perp BC \\ BC \parallel EF \end{array} \right\} \Rightarrow AG \perp EF$$

لذا خط AG **عمود منصف** پاره خط EF است.

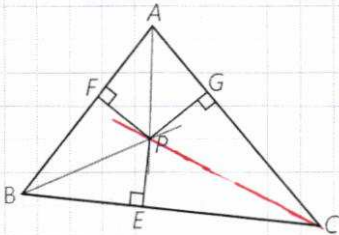
به طور مشابه می توان نشان داد:

پاره خط BI، **عمود منصف** پاره خط DE است.

پاره خط CH، **عمود منصف** پاره خط DF است.

بنابراین، ارتفاع های مثلث ABC، روی عمود منصف های اضلاع مثلث DEF هستند و در نتیجه هم رسند.

مثال: می دانیم که هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد. حال با کامل کردن استدلال استنتاجی بیان شده نتیجه بگیرید که نیمسازهای زاویه های داخلی هر مثلث هم رس اند.



استدلال: مثلث دلخواه ABC در شکل مقابل را در نظر می‌گیریم. نیمسازهای زوایای A و B مانند شکل یکدیگر را در نقطه‌ای مانند P قطع می‌کنند. از نقطه P، مانند شکل سه عمود به اضلاع مثلث رسم می‌کنیم.

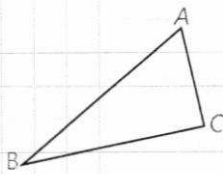
۱- نقطه P روی نیمساز زاویه A است؛ بنابراین $PF = PG$

۲- نقطه P روی نیمساز زاویه B است؛ بنابراین $PF = PE$

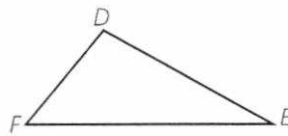
از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم: $PG = PE$. بنابراین نقطه P روی نیمساز زاویه C است. در نتیجه نقطه P محل برخورد نیمسازهای مثلث ABC است.

فعالیت

به مثلث‌های زیر دقت کنید. در سطر اول جدول، نام اضلاع مثلث را به ترتیب از بزرگ به کوچک و در سطر دوم، نام زاویه‌های مثلث را نیز به ترتیب از بزرگ به کوچک بنویسید.



اضلاع	AB	BC	AC
زاویه‌ها	C	A	B



اضلاع	EF	DE	DF
زاویه‌ها	D	F	E



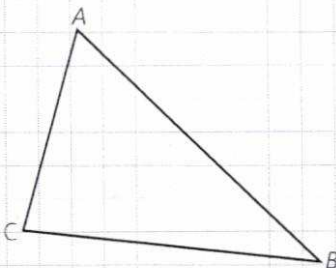
اضلاع	GH	HI	GI
زاویه‌ها	I	G	H

چه رابطه‌ای بین هر ضلع و زاویه زیر آن وجود دارد؟
 با توجه به این رابطه درباره یک مثلث دلخواه چه حدسی می‌توان زد؟
 برای رسیدن به این حدس از چه نوع استدلالی استفاده کردید؟
 آیا با این استدلال می‌توان مطمئن بود که حدس موردنظر درست است؟

مسئله: اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند،

زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر.

استدلال: برای واضح شدن مطلب و کمک به حل مسئله، شکل مثلث را رسم می‌کنیم. آیا می‌توان هر نوع مثلث دلخواهی کشید؟ مانند آنچه در مسئله گفته شده است، مثلثی می‌کشیم که دو ضلع نابرابر داشته باشد و ویژگی خاص دیگری نداشته باشد.



فرض: $AB > AC$
 حکم: $\hat{C} > \hat{B}$

۱- در مثلث متساوی الساقین زوایای روبه‌رو به ساق‌ها با هم برابرند.

۲- اندازه هر زاویه خارجی یک مثلث برابر است با مجموع اندازه‌های دو زاویه داخلی غیرمجاورش. بنابراین هر زاویه خارجی مثلث از هر زاویه داخلی غیرمجاورش بزرگ‌تر است.

می‌دانیم طبق فرض $AB > AC$ است؛ لذا می‌توانیم نقطه D را روی AB جایی انتخاب کنیم که $AC = AD$

★ اندازه زاویه‌های C و C_1 نسبت به هم چگونه‌اند؟ $\hat{C} \rightarrow \hat{C}_1$

مثلث ADC چه نوع مثلثی است؟ **متساوی الساقین**

★★ اندازه زاویه‌های C_1 و D_1 نسبت به هم چگونه‌اند؟ $\hat{C}_1 \rightarrow \hat{D}_1$

زاویه D_1 چه نوع زاویه‌ای برای مثلث DBC است؟ **خارجی**

★★★ اندازه زاویه‌های D_1 و B نسبت به هم چگونه‌اند؟ $\hat{D}_1 \rightarrow \hat{B}$

از ★ و ★★ و ★★★ چه نتیجه‌ای درباره اندازه زاویه‌های B و C می‌توان گرفت؟

$$\hat{C} \rightarrow \hat{B}$$

همان‌طور که مشاهده کردید در مثلثی مانند $\triangle ABC$ فرض کردیم که ضلع $AB > AC$ است و نشان دادیم: زاویه روبه‌رو به $AC >$ زاویه روبه‌رو به AB است.

چرا می‌توان این موضوع را درباره تمام مثلث‌هایی که دو ضلع نابرابر دارند، پذیرفت؟

زیراینکه اثبات مبتنی بر واقعیت‌هایی است که درستی آنها را قبول داریم، و به سبب این (استدلال استنتاجی) به دست می‌آید، قضیه نامیده می‌شود.

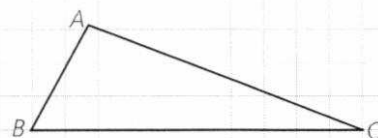
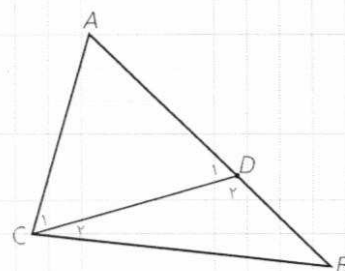
قضیه ۱: اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند،

زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر.

فرض: $AB < AC$

حکم: $\hat{C} < \hat{B}$

– بار دیگر به آنچه انجام شد، دقت کنید. بررسی اندازه‌های اضلاع و زوایای مثلث‌های مختلف، دقت در کشف رابطه میان این اندازه‌ها، حدس در برقراری رابطه‌ای خاص، طرح مسئله، اثبات درستی مسئله و نهایتاً نتیجه‌گیری.



بسیاری از نتایج ریاضی، طی چنین مراحل توسط علاقه‌مندان به ریاضی به دست آمده است. مراحل این روند و حتی حدس‌ها و تفکراتی که درست نیست اما در این مراحل صورت می‌گیرد، می‌تواند موجب ارتقای تفکر ریاضی شود.

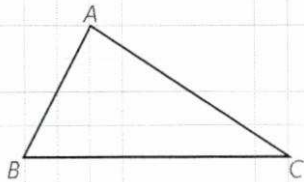
اگر در یک قضیه، جای فرض و حکم را عوض کنیم به آنچه حاصل می‌شود «عکس قضیه» گفته می‌شود. عکس یک قضیه ممکن است درست یا نادرست باشد.

به طور مثال عکس قضیه ۱ به صورت زیر است:

عکس قضیه ۱: اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.

فرض: $\hat{C} < \hat{B}$
حکم: $AB < AC$

عکس قضیه ۱ در صفحات بعد اثبات شده است.



مثال:

قضیه: اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آنگاه قطرهایش یکدیگر را نصف می‌کنند.

عکس قضیه: اگر در یک چهارضلعی قطرهای یکدیگر را نصف کنند، آنگاه آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

مثال:

قضیه: اگر دو ضلع از یک مثلث با هم برابر باشند، آنگاه ارتفاع‌های وارد بر آن دو ضلع نیز با هم برابرند.

فرض: $AB = AC$

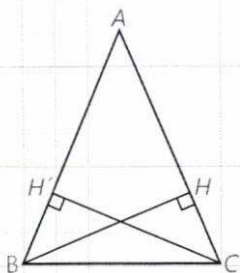
حکم: $BH = CH'$

عکس قضیه: اگر دو ارتفاع از یک مثلث با هم برابر باشند، آنگاه اضلاع نظیر به آن ارتفاع‌ها نیز با هم برابرند.

فرض: $BH = CH'$

حکم: $AB = AC$

در واقع معمولاً برای نوشتن عکس قضیه، قسمت اصلی فرض، که حکم از آن ناشی می‌شود با حکم جابه‌جا می‌شود؛ مثلاً در مثال قبل مثلث بودن ABC و ارتفاع بودن BH و CH' در خود قضیه و عکس آن جزء مفروضات است.



گزاره یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد؛ اگرچه درست یا نادرست بودن آن بر ما معلوم نباشد. گزاره می‌تواند تنها یک خبر را اعلام کند که به آن گزاره ساده می‌گویند و می‌تواند بیش از یک خبر را اعلام کند و ترکیبی از چند گزاره ساده باشد که به آن گزاره مرکب می‌گویند؛ مثلاً گزاره‌های «فردا هوا بارانی است» و «پانزده عددی اول است»، هرکدام یک گزاره ساده است و «فردا هوا بارانی و پانزده یک عدد اول است» یک گزاره مرکب است.

جمله‌های زیر مثال‌هایی از گزاره است :

– مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° درجه است.

– $2 < 3$

جمله‌های زیر گزاره نیست :

– آیا فردا هوا بارانی است؟

– چه هوای خوبی!

– کتابت را مطالعه کن.



نقیض یک گزاره : همان‌طور که گفته شد، ارزش یک گزاره یا درست است و یا نادرست. نقیض یک گزاره مانند مثال‌های زیر ساخته می‌شود و ارزش آن دقیقاً مخالف ارزش خود گزاره است.

مثال :

الف) گزاره : «a از b بزرگ‌تر است.»

نقیض آن : «چنین نیست که a از b بزرگ‌تر باشد.» که معادل است با «a از b بزرگ‌تر نیست.» و معادل است با «a از b کوچک‌تر و یا با b برابر است.»

ب) گزاره : «مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.»

نقیض آن : «چنین نیست که مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.» که معادل است با «مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 180° نیست.»

پ) گزاره : «یک چهارضلعی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی اش 360° نیست.»
نقیض : «چنین نیست که یک چهارضلعی وجود داشته باشد که مجموع زوایای داخلی اش 360° نیست.» که معادل است با «هر چهارضلعی مجموع زوایای داخلی اش 360° است.»

در برخی گزاره‌ها به جای اینکه درباره چیزی خبری داده شود، خبری که اعلام می‌شود با یک شرط بیان می‌شود؛ مثلاً «اگر باران بیارد، مسابقه برگزار نخواهد شد.» به چنین گزاره‌هایی، گزاره‌های شرطی می‌گویند.

نوعی از استدلال که در مسائل ریاضی و هندسی کاربرد دارد، برهان غیرمستقیم یا برهان خلف است. بدین صورت که به جای اینکه به طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم، فرض می‌کنیم حکم غلط باشد (یا به عبارتی فرض می‌کنیم، نقیض حکم درست باشد) و به یک تناقض یا به یک امر غیرممکن می‌رسیم.

مثال: از یک نقطه غیر واقع بر خط نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد.

فرض: نقطه‌ای مانند A غیر واقع بر خطی مانند d وجود دارد.

حکم: از نقطه A نمی‌توان بیش از یک عمود بر خط d رسم کرد.

استدلال: با برهان غیرمستقیم فرض می‌کنیم حکم غلط باشد؛ یعنی فرض می‌کنیم از نقطه A دو عمود بر خط d رسم کرده‌ایم که مانند شکل، خط d را در نقاط B و C قطع کرده‌اند. در این صورت مجموع زوایای داخلی مثلث ABC بزرگ‌تر از 180° خواهد شد و این غیرممکن است. پس امکان رسم دو عمود از یک نقطه غیر واقع بر یک خط وجود ندارد؛ یعنی حکم نمی‌تواند غلط باشد.

حال می‌خواهیم عکس قضیه ۱ را با برهان غیرمستقیم ثابت کنیم.

عکس قضیه ۱: اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع مقابل به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.

برای واضح شدن مسئله و کمک به حل آن، شکل مثلث را رسم می‌کنیم و با استفاده از آن فرض و حکم را می‌نویسیم.

فرض: $\hat{A} > \hat{B}$

حکم: $BC > AC$

اثبات: با برهان غیرمستقیم فرض می‌کنیم حکم باشد. بنابراین باید $BC < AC$

یا $BC = AC$

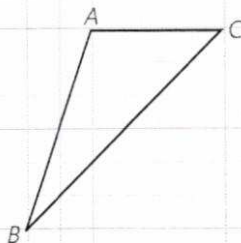
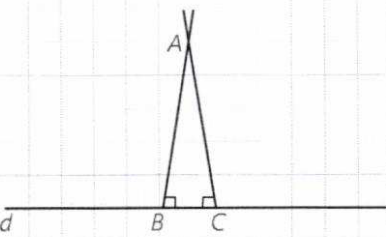
هر دو حالت را جداگانه بررسی می‌کنیم و نشان می‌دهیم هر دو حالت به تناقض منجر می‌شود.

حالت اول: اگر $BC < AC$ باشد، طبق قضیه ۱ باید $\hat{A} < \hat{B}$ ، که با فرض در

تناقض است.

حالت دوم: اگر $BC = AC$ باشد، $\triangle ABC$ یک مثلث خواهد بود و می‌دانیم

در این حالت باید $\hat{A} = \hat{B}$ باشد که در تناقض با فرض است. لذا هر دو حالت $BC < AC$ و $BC = AC$ غیرممکن‌اند؛ بنابراین $BC > AC$ است و حکم درست است.



■ قضیه‌های دوشروطی

همان گونه که دیدیم، قضیه ۱ و عکس آن هر دو درست است؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم که:

اگر در مثلثی، دو ضلع نابرابر باشند، زاویه مقابل به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه مقابل به ضلع کوچک‌تر، و برعکس.

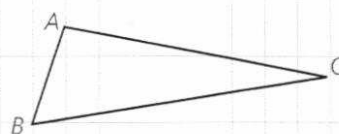
چنین قضیه‌هایی را «قضیه‌های دوشروطی» می‌نامیم.

قضیه‌های دوشروطی را می‌توان با نماد $\Leftrightarrow$ (اگر و تنها اگر) بیان کرد؛ به طور مثال قضیه فوق و عکس آن را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

فرض کنیم $\triangle ABC$ یک مثلث باشد

$$BC > AB \Leftrightarrow \hat{A} < \hat{C}$$

مثال: در یک مثلث، دو ضلع با هم برابرند؛ اگر و تنها اگر ارتفاع‌های نظیر آنها با هم برابر باشند.



■ مثال نقض

نوع دیگری از استدلال که با آن آشنا شده‌اید، استدلال با مثال نقض است. گاهی در برخی موضوعات (چه ریاضی و چه غیرریاضی) یک حکم به صورت کلی بیان می‌شود؛ بدین صورت که در مورد تمام اعضای یک مجموعه یک حکم بیان می‌شود. موارد زیر نمونه‌هایی از حکم‌های کلی است:

(الف) «همه اعداد صحیح، مثبت‌اند.» (حکمی کلی در مورد تمام اعداد صحیح)

(ب) «هر چهار ضلعی که چهار ضلع برابر داشته باشد، مربع است.» (حکم کلی در مورد

تمام چهارضلعی‌هایی که چهار ضلع برابر دارند)

(پ) «مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است.» (حکم کلی در مورد

تمام چهارضلعی‌های محدب)

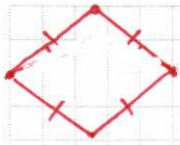
(ت) «به ازای هر عدد طبیعی n ، مقدار عبارت $n^2 + n + 41$ عددی اول است.» (حکم کلی

در مورد تمام اعداد طبیعی)

حدس خود را درباره درستی یا نادرستی حکم کلی «الف» بنویسید. چگونه می‌توانید درستی حدس خود را ثابت کنید؟

می‌دانیم که (-2) یک عدد صحیح و منفی است؛ بنابراین حکم کلی «الف» با ارائه

تهیه کننده:



همین مثال رد می‌شود. به چنین مثالی که نشان می‌دهد یک حکم کلی نادرست است، مثال نقض گفته می‌شود. درباره درستی یا نادرستی «ب» چه می‌توانید بگویید؟ **نادرست. چهار ضلعی ممکن است لزومی ندارد.**

اگر برای یک حکم کلی نتوانیم مثال نقض بیابیم، درباره درستی یا نادرستی آن حکم چه می‌توان گفت؟ آیا در موارد (پ) و (ت) می‌توانید مثال نقض پیدا کنید؟ **ممکن است درست باشد. خیر**

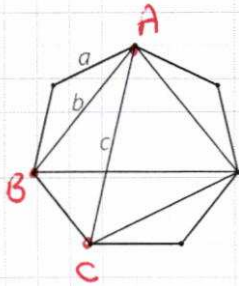
آیا اگر در مورد یک حکم کلی نتوانیم مثال نقض پیدا کنیم، باید درستی آن حکم کلی را نتیجه‌گیری کنیم؟ در مورد (پ) مثال نقض وجود ندارد؛ اما این برای پذیرش حکم کلی (پ) کافی نیست و باید توجه کرد که «برای نشان دادن درستی یک حکم کلی باید اثبات ارائه کنیم». درباره گزینه (ت) چه می‌توان گفت؟ **مثال نقض دارد. اگر $n=61$ انتخاب**

عدد اول نیست

$$61 + 61 + 61 = 61(61 + 1 + 1) = 61 \times 63$$

اگر درستی یک حکم کلی را نتوانیم اثبات کنیم و برای رد آن مثال نقض نیز نتوانیم بیابیم، نمی‌توان درباره درستی یا نادرستی آن حکم کلی، نتیجه‌ای گرفت.

کاردکلاس



۱- در شکل مقابل نقطه‌ها، رأس‌های یک هفت ضلعی منتظم به طول ضلع a می‌باشند. فاصله هر رأس از رأس بعدی برابر a و از دومین رأس بعد از آن برابر b و از سومین رأس بعد از آن برابر c است. آیا حکم کلی زیر درست است؟ «با وصل کردن هر سه رأس از این شکل یک مثلث متساوی الساقین، به دست می‌آید».

خیر: مثلث ABC متساوی الساقین نیست.

۲- آیا حکم‌های کلی زیر درست است؟ چرا؟

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{3, 4, 5\}$$

$$A \not\subseteq B \text{ و } B \not\subseteq A$$

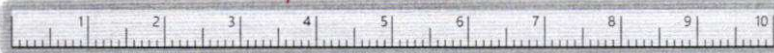
الف) برای هر دو مجموعه A و B ، یا $A \subseteq B$ یا $B \subseteq A$ **خیر**

ب) هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم نهشت‌اند.

مثبت اول $a=8, h=3 \Rightarrow S_1 = \frac{3 \times 8}{2} = 12$

مثبت دوم $a=12, h=2 \Rightarrow S_2 = \frac{2 \times 12}{2} = 12$

ولی دو مثلث هم نهشت نیستند.



تمرین

۱- می‌دانیم که از یک نقطه خارج از یک خط فقط یک خط به موازات آن می‌توان

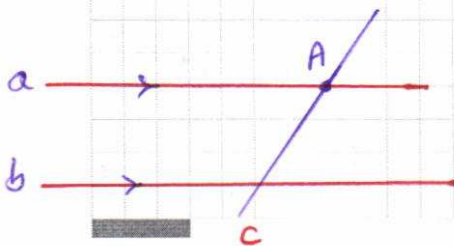
رسم کرد. حال با برهان خلف ثابت کنید خطی که یکی از دو خط موازی را قطع کند،

دیگری را نیز قطع می‌کند. **فرض کنیم که خط c خط a را قطع نکند**

پس $c \parallel a$ و این به این معنی است که از نقطه A دو خط

موازی a رسم شده است و این ممکن نیست. لذا خط c موازی

خط a را قطع کند.



فرض کنیم $\hat{B} = \hat{C}$ لذا باید

$AB = AC$ باشد و این مخالف فرضی است.

۲- با برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث ABC ، $AB \neq AC$ ، آنگاه $\hat{B} \neq \hat{C}$.

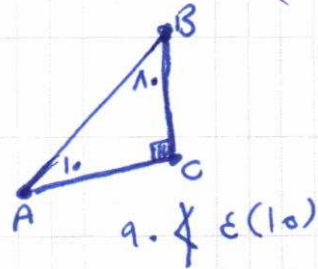
۳- گزاره‌های زیر را اثبات یا رد کنید.

الف) در هر مثلث، اندازه بزرگ‌ترین زاویه، از چهار برابر اندازه کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.

ب) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث کوچک‌تر است.

۴- با استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع زاویه‌های داخلی هر n ضلعی محدب برابر است با $180^\circ \times (n-2)$.

(۲ الف)



۵- نقیض هر یک از گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) هر لوزی یک مربع است.

ب) مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.

پ) هیچ مثلثی بیش از یک زاویه قائمه ندارد.

ت) مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی محدب برابر 360° است.

مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی محدب برابر 360° نیست.

۶- عکس هر یک از قضایای زیر را بنویسید و سپس آنها را به صورت یک قضیه دوشرطی بنویسید.

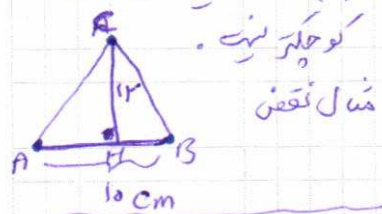
الف) در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویه روبه‌رو به آنها نیز برابرند.

ب) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمود منصف یکدیگرند.

پ) در هر مثلث، اگر سه ضلع برابر باشند، آنگاه سه زاویه نیز با هم برابرند.

ت) اگر دو دایره شعاع‌های برابر داشته باشند، آنگاه مساحت‌های آنها نیز دارند.

(۳ ب) مثلث زیر از ضلع AB CH 10 10 90



(۴ د) یک n ضلعی محدب اگر n رأس

معنی را A بنامیم از این

رأس $n-3$ قطر

می‌گذرد (چرا؟) ولذا

$$n-2 = (n-3) + 1$$

مکانیابی را می‌کنیم مجموع زاویه

های داخلی این مثلث‌ها

$$(n-2) \times 180^\circ$$

برابر مجموع زاویه‌های داخلی

n ضلعی محدب است.

